ДЗ 4

# Данилов Павел P3110, вариант 9

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| v/v | e1 | e2 | e3 | e4 | e5 | e6 | e7 | e8 | e9 | e10 | e11 | e12 |
| e1 | 0 |  |  | 1 |  | 3 |  | 1 | 1 | 1 |  | 1 |
| e2 |  | 0 |  | 1 |  |  |  |  | 1 |  |  |  |
| e3 |  |  | 0 |  | 5 | 3 | 1 |  |  | 4 | 1 | 2 |
| e4 | 1 | 1 |  | 0 |  |  |  | 3 | 5 |  |  | 2 |
| e5 |  |  | 5 |  | 0 | 5 | 2 |  | 1 | 5 |  | 3 |
| e6 | 3 |  | 3 |  | 5 | 0 |  |  | 5 | 4 | 3 |  |
| e7 |  |  | 1 |  | 2 |  | 0 | 1 | 2 | 3 | 2 |  |
| e8 | 1 |  |  | 3 |  |  | 1 | 0 | 3 | 2 | 2 |  |
| e9 | 1 | 1 |  | 5 | 1 | 5 | 2 | 3 | 0 |  |  |  |
| e10 | 1 |  | 4 |  | 5 | 4 | 3 | 2 |  | 0 |  |  |
| e11 |  |  | 1 |  |  | 3 | 2 | 2 |  |  | 0 | 1 |
| e12 | 1 |  | 2 | 2 | 3 |  |  |  |  |  | 1 | 0 |

## Поиск Гамильтонова цикла:

Включаем в S вершину x1.S={x1}   
Возможная вершина: x4. S={x1,x4}   
Возможная вершина: x2. S={x1,x4,x2}   
Возможная вершина: x9. S={x1,x4,x2,x9}   
Возможная вершина: x5. S={x1,x4,x2,x9,x5}   
Возможная вершина: x3. S={x1,x4,x2,x9,x5,x3}   
Возможная вершина: x6. S={x1,x4,x2,x9,x5,x3,x6}   
Возможная вершина: x10. S={x1,x4,x2,x9,x5,x3,x6,x10}  
Возможная вершина: x7. S={x1,x4,x2,x9,x5,x3,x6,x10,x7}   
Возможная вершина: x8. S={x1,x4,x2,x9,x5,x3,x6,x10,x7,x8}   
Возможная вершина: x11. S={x1,x4,x2,x9,x5,x3,x6,x10,x7,x8,x11}   
Возможная вершина: x12. S={x1,x4,x2,x9,x5,x3,x6,x10,x7,x8,x11,x12}

Гамильтонов цикл найден. S={x1,x4,x2,x9,x5,x3,x6,x10,x7,x8,x11,x12}

## Матрица смежности с учетом перенумерации вершин:

**После перенумерации** x1,x2,x3,x4,x5,x6,x7,x8,x9,x10,x11,x12

**До перенумерации** x1,x4,x2,x9,x5,x3,x6,x10,x7,x8,x11,x12

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| v/v | e1 | e2 | e3 | e4 | e5 | e6 | e7 | e8 | e9 | e10 | e11 | e12 |
| e1 | 0 | x |  | 1 |  |  | 1 | 1 |  | 1 |  | x |
| e2 |  | 0 | x | 1 |  |  |  |  |  | 1 |  | 1 |
| e3 |  |  | 0 | x |  |  |  |  |  |  |  |  |
| e4 |  |  |  | 0 | x |  | 1 |  | 1 | 1 |  |  |
| e5 |  |  |  |  | 0 | x | 1 | 1 | 1 |  |  | 1 |
| e6 |  |  |  |  |  | 0 | x | 1 | 1 |  | 1 | 1 |
| e7 |  |  |  |  |  |  | 0 | x |  |  | 1 |  |
| e8 |  |  |  |  |  |  |  | 0 | x | 1 |  |  |
| e9 |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | x | 1 |  |
| e10 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | x |  |
| e11 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 | x |
| e12 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |

## Построение графа пересечений G’

Определим p210, для чего в матрице R выделим подматрицу R210.  
Ребро (x2x10) пересекается с (x1x4),(x1x7),(x1x8)

Определим p212, для чего в матрице R выделим подматрицу R212.  
Ребро (x2x12) пересекается с (x1x4),(x1x7),(x1x8),(x1x10)

Определим p49, для чего в матрице R выделим подматрицу R49.  
Ребро (x4x9) пересекается с (x1x7),(x1x8)

Определим p410, для чего в матрице R выделим подматрицу R410.  
Ребро (x4x9) пересекается с (x1x7),(x1x8)

Определим p58, для чего в матрице R выделим подматрицу R58.  
Ребро (x5x8) пересекается с (x1x7),(x4x7)

Определим p59, для чего в матрице R выделим подматрицу R59.  
Ребро (x5x9) пересекается с (x1x7),(x1x8),(x4x7)

Определим p512, для чего в матрице R выделим подматрицу R512.  
Ребро (x5x12) пересекается с (x1x7),(x1x8),(x1x10),(x2x10),(x4x7),(x4x9),(x4x10)

Определим p68, для чего в матрице R выделим подматрицу R68.  
Ребро (x6x8) пересекается с (x1x7),(x4x7),(x5x7)

Определим p69, для чего в матрице R выделим подматрицу R69.  
Ребро (x6x9) пересекается с (x1x7),(x1x8),(x4x7),(x5x7),(x5x8)

Определим p611, для чего в матрице R выделим подматрицу R611.  
Ребро (x6x11) пересекается с (x1x7),(x1x8),(x1x10),(x2x10),(x4x7),(x4x9),(x4x10),(x5x7),(x5x8),(x5x9)

Определим p612, для чего в матрице R выделим подматрицу R612.  
Ребро (x6x12) пересекается с (x1x7),(x1x8),(x1x10),(x2x10),(x4x7),(x4x9),(x4x10),(x5x7),(x5x8),(x5x9)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| v/v | P14 | P17 | P18 | P110 | P210 | P212 | P49 | P410 | P58 | P59 | P512 | P68 | P69 | P611 | P612 |
| P14 | 1 |  |  |  | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| P17 |  | 1 |  |  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| P18 |  |  | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 |
| P110 |  |  |  | 1 |  | 1 |  |  |  |  | 1 |  |  | 1 | 1 |
| P210 | 1 | 1 | 1 |  | 1 |  |  |  |  |  | 1 |  |  | 1 | 1 |
| P212 | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| P49 |  | 1 | 1 |  |  |  | 1 |  |  |  | 1 |  |  | 1 | 1 |
| P410 |  | 1 | 1 |  |  |  |  | 1 |  |  | 1 |  |  | 1 | 1 |
| P58 |  | 1 |  |  |  |  |  |  | 1 |  |  |  | 1 | 1 | 1 |
| P59 |  | 1 | 1 |  |  |  |  |  |  | 1 |  |  |  | 1 | 1 |
| P512 |  | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 |  |  | 1 |  |  |  |  |
| P68 |  | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  | 1 |  |  |  |
| P69 |  | 1 | 1 |  |  |  |  |  | 1 |  |  |  | 1 |  |  |
| P611 |  | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |  | 1 |  |
| P612 |  | 1 | 1 | 1 | 1 |  | 1 | 1 | 1 | 1 |  |  |  |  | 1 |

## Построение семейства ψG

В 1 строке ищем первый нулевой элемент - 2.

Записываем дизъюнкцию M1 2=r1∨r2=100011000000000∨010011111111111=110011111111111

В строке M1 2 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={3, 4}.

Записываем дизъюнкцию M1 2 3=r1 2∨r3=110011111111111∨001011110110111=111011111111111

В строке M1 2 3 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={4}.

Записываем дизъюнкцию M1 2 3=r1 2∨r3=110011111111111∨000101000010011=111111111111111

**В строке M1 2 3 все 1. Построено ψ1={p14,p17,p18}**

Строка 4 не покроет ноль на позиции 3.

Строки 3, 4 не покроют ноль на позиции 2.

Записываем дизъюнкцию M1 3=r1∨r3=100011000000000∨001011110110111=101011110110111

В строке M1 3 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={4, 9, 12}.

Записываем дизъюнкцию M1 3 4=r1 3∨r4=101011110110111∨000101000010011=101111110110111

В строке M1 3 4 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9, 12}.

Записываем дизъюнкцию M1 3 4 9=r1 3 4∨r9=101111110110111∨010000001000111=111111111110111

В строке M1 3 4 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12}.

Записываем дизъюнкцию M1 3 4 9 12=r1 3 4 9∨r12=111111111110111∨010000000001000=111111111111111

**В строке M1 3 4 9 12 все 1. Построено ψ2={p14, p18, p110, p58, p68}**

Строка 12 не покроет ноль на позиции 9.

Строки 9, 12 не покроют ноль на позиции 4.

Записываем дизъюнкцию M1 4=r1∨r4=100011000000000∨000101000010011=100111000010011

В строке M1 4 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={7, 8, 9, 10, 12, 13}.

Записываем дизъюнкцию M1 4 7=r1 4∨r7=100111000010011∨011000100010011=101111100010011

В строке M1 4 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={8, 9, 10, 12, 13}.

Записываем дизъюнкцию M1 4 7 8=r1 4 7∨r8=101111100010011∨011000010010011=111111110010011

В строке M1 4 7 8 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9, 10, 12, 13}.

Записываем дизъюнкцию M1 4 7 8 9=r1 4 7 8∨r9=111111110010011∨010000001000111=111111111010111

В строке M1 4 7 8 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10, 12}.

Записываем дизъюнкцию M1 4 7 8 9 10= r1 4 7 8 9∨r10=111111111010111∨011000000100011=111111111110111

В строке M1 4 7 8 9 10 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12}

Записываем дизъюнкцию M1 4 7 8 9 10 12= r1 4 7 8 9 10∨r12=111111111110111∨010000000001000=111111111111111

**В строке M1 4 7 8 9 10 12 все 1. Построено ψ3={p14, p110, p49,p410,p58,p59,p68}**

Строка 12 не покроет ноль на позиции 10.

Записываем дизъюнкцию M1 4 7 8 10=r1 4 7 8∨r10=111111110010011∨011000000100011=111111110110011

В строке M1 4 7 8 10 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12, 13}

Записываем дизъюнкцию M1 4 7 8 10 12=r1 4 7 8 10∨r12=111111110110011∨010000000001000=111111110111011

В строке M1 4 7 8 10 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}

Записываем дизъюнкцию M1 4 7 8 10 12 13=r1 4 7 8 10 12∨r13=111111110111011∨011000001000100=111111111111111

**В строке M1 4 7 8 10 12 13 все 1. Построено ψ4={p14, p110, p49,p410, p59,p68,p69}**

Строка 13 не покроет ноль на позиции 12.

Строки 12, 13 не покроют ноль на позиции 10.

Строки 9, 10, 12, 13 не покроют ноль на позиции 8.

Строки 8, 9, 10, 12, 13 не покроют ноль на позиции 7.

Записываем дизъюнкцию M1 7=r1∨r7=100011000000000∨011000100010011=111011100010011

В строке M1 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={8, 9, 10, 12, 13}

Строки 8, 9, 10, 12, 13 не покроют ноль на позиции 4.

Строки 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 не покроют ноль на позиции 7.

Строки M2… не подходят, т. к. ноль на позиции 1 не будет покрыт.

Строки M3… не подходят, т. к. ноль на позиции 1 не будет покрыт.

Записываем дизъюнкцию M4 5=r4∨r5=000101000010011∨111010000010011=111111000010011

В строке M4 5 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={7, 8, 9, 10, 12, 13}

Записываем дизъюнкцию M4 5 7=r4 5∨r7=111111000010011∨011000100010011=111111100010011

В строке M4 5 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={8, 9, 10, 12, 13}

Записываем дизъюнкцию M4 5 7 8=r4 5 7∨r8=111111100010011∨011000010010011=111111110010011

В строке M4 5 7 8 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9, 10, 12, 13}

Записываем дизъюнкцию M4 5 7 8 9=r4 5 7 8∨r9=111111110010011∨010000001000111=111111111010111

В строке M4 5 7 8 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10, 12}

Записываем дизъюнкцию M4 5 7 8 9 10=r4 5 7 8 9∨r10=111111111010111∨011000000100011=111111111110111

В строке M4 5 7 8 9 10 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12}

Записываем дизъюнкцию M4 5 7 8 9 10 12=r4 5 7 8 9 10∨r12=111111111110111∨010000000001000=111111111111111

**В строке M4 5 7 8 9 10 12 все 1. Построено ψ5={p110, p210, p49, p410, p58, p59, p68}**

Строка 12 не покроет ноль на позиции 10.

Записываем дизъюнкцию M4 5 7 8 10=r4 5 7 8∨r10=111111110010011∨011000000100011=111111110110011

В строке M4 5 7 8 10 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12, 13}

Записываем дизъюнкцию M4 5 7 8 10 12=r4 5 7 8 10∨r12=111111110110011∨010000000001000=111111110111011

В строке M4 5 7 8 10 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}

Записываем дизъюнкцию M4 5 7 8 10 12 13=r4 5 7 8 10 12∨r13=111111110111011∨011000001000100=111111111111111

**В строке M4 5 7 8 10 12 13 все 1. Построено ψ6={p110, p210, p49, p410, p59, p68, p69}**

Строка 13 не покроет ноль на позиции 12.

Строки 12, 13 не покроют ноль на позиции 10.

Строки 9, 10, 12, 13 не покроют ноль на позиции 8.

Строки 8, 9, 10, 12, 13 не покроют ноль на позиции 7.

Строки M4 7, M4 8… не подходят т. к. они не покроют ноль на позиции 5.

Записываем дизъюнкцию M5 6=r5∨r6=111010000010011∨111101000000000=111111000010011

В строке M5 6 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={7, 8, 9, 10, 12, 13}

Записываем дизъюнкцию M5 6 7=r5 6∨r7=111111000010011∨011000100010011=111111100010011

В строке M5 6 7 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={8, 9, 10, 12, 13}

Записываем дизъюнкцию M5 6 7 8=r5 6 7∨r8=111111100010011∨011000010010011=111111110010011

В строке M5 6 7 8 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={9, 10, 12, 13}

Записываем дизъюнкцию M5 6 7 8 9=r5 6 7 8∨r9=111111110010011∨010000001000111=111111111010111

В строке M5 6 7 8 9 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={10, 12}

Записываем дизъюнкцию M5 6 7 8 9 10=r5 6 7 8 9∨r10=111111111010111∨011000000100011=111111111110111

В строке M5 6 7 8 9 10 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12}

Записываем дизъюнкцию M5 6 7 8 9 10 12=r5 6 7 8 9 10∨r12=111111111110111∨010000000001000=111111111111111

**В строке M5 6 7 8 9 10 12 все 1. Построено ψ7={p2 10, p2 12, p4 9, p4 10, p5 8, p5 9, p6 8}**

Строка 12 не покроет ноль на позиции 10.

Записываем дизъюнкцию M5 6 7 8 10=r5 6 7 8∨r10=111111110010011∨011000000100011=111111110110011

В строке M5 6 7 8 10 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12, 13}

Записываем дизъюнкцию M5 6 7 8 10 12=r5 6 7 8 10∨r12=111111110110011∨010000000001000=111111110111011

В строке M5 6 7 8 10 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13}

Записываем дизъюнкцию M5 6 7 8 10 12 13=r5 6 7 8 10 12∨r13=111111110111011∨011000001000100=111111111111111

**В строке M5 6 7 8 10 12 13 все 1. Построено ψ8={p2 10, p2 12, p4 9, p4 10, p5 9, p6 8, p6 9}**

Строка 13 не покроет ноль на позиции 12.

Строки 12, 13 не покроют ноль на позиции 10.

Строки 9, 10, 12, 13 не покроют ноль на позиции 8.

Строки 8, 9, 10, 12, 13 не покроют ноль на позиции 7.

Строки 7, 8, 9, 10, 12, 13 не покроют ноль на позиции 6.

Строки M6 7 … M6 10 не покроют ноль на позиции 5.

Записываем дизъюнкцию M6 11=r6∨r11=111101000000000∨011110110010000=111111110010000

В строке M6 11 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={12, 13, 14, 15}

Записываем дизъюнкцию M6 11 12=r6 11∨r12=111111110010000∨010000000001000=111111110011000

В строке M6 11 12 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={13, 14, 15}

Записываем дизъюнкцию M6 11 12 13=r6 11 12∨r13=111111110011000∨011000001000100=111111111011100

В строке M6 11 12 13 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={14, 15}

Записываем дизъюнкцию M6 11 12 13 14=r6 11 12 13∨r14=111111111011100∨011110111100010=111111111111110

В строке M6 11 12 13 14 находим номера нулевых элементов, составляем список J′={15}

Записываем дизъюнкцию M6 11 12 13 14 15=r6 11 12 13 14∨r15=111111111111110∨011110111100001=111111111111111

**В строке M6 11 12 13 14 15 все 1. Построено ψ9={p2 12, p5 12, p6 8, p6 9, p6 11, p6 12}**

Строка 15 не покроет ноль на позиции 14.

Строки 14, 15 не покроют ноль на позиции 13.

Строки 13, 14, 15 не покроют ноль на позиции 12.

Строки 12, 13, 14, 15 не покроют ноль на позиции 11.

Строки 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15 не покроют ноль на позиции 1.

Получили:

**ψ1={p1 4,p1 7,p1 8}**

**ψ2={p1 4, p1 8, p1 10, p5 8, p6 8}**

**ψ3={p1 4, p1 10, p4 9,p4 10,p5 8,p5 9,p6 8}**

**ψ4={p1 4, p1 10, p4 9,p4 10, p5 9,p6 8,p6 9}**

**ψ5={p1 10, p2 10, p4 9, p4 10, p5 8, p5 9, p6 8}**

**ψ6={p1 10, p2 10, p4 9, p4 10, p5 9, p6 8, p6 9}**

**ψ7={p2 10, p2 12, p4 9, p4 10, p5 8, p5 9, p6 8}**

**ψ8={p2 10, p2 12, p4 9, p4 10, p5 9, p6 8, p6 9}**

**ψ9={p2 12, p5 12, p6 8, p6 9, p6 11, p6 12}**

Для каждой пары множеств вычислим значение критерия

*αγδ=*׀*ψγ*׀ + ׀*ψδ*׀ - ׀*ψγ∩ψδ*׀*.*

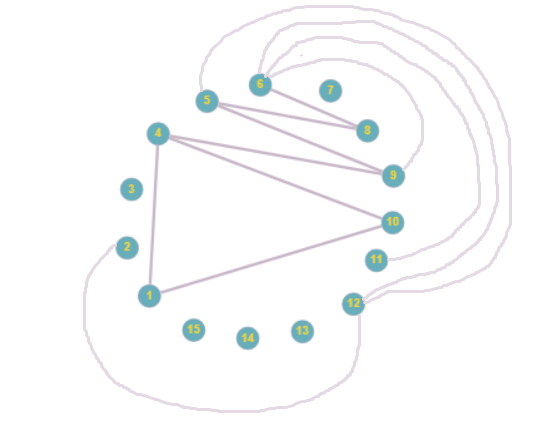
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
| 1 | 0 | 6 | 9 | 9 | 10 | 10 | 10 | 10 | 9 |
| 2 |  | 0 | 8 | 9 | 9 | 10 | 10 | 11 | 10 |
| 3 |  |  | 0 | 8 | 8 | 9 | 9 | 11 | 12 |
| 4 |  |  |  | 0 | 9 | 9 | 10 | 9 | 11 |
| 5 |  |  |  |  | 0 | 8 | 8 | 9 | 12 |
| 6 |  |  |  |  |  | 0 | 9 | 8 | 11 |
| 7 |  |  |  |  |  |  | 0 | 8 | 11 |
| 8 |  |  |  |  |  |  |  | 0 | 10 |
| 9 |  |  |  |  |  |  |  |  | 0 |

max*αγδ= α39= α59=12*, дают 2 пары множеств *ψ3, ψ9;* *ψ5, ψ9.*

Возьмем множества

***ψ3={p1 4, p1 10, p4 9,p4 10,p5 8,p5 9,p6 8}***  и ***ψ9={p2 12, p5 12, p6 8, p6 9, p6 11, p6 12}***

В суграфе *H*, содержащем максимальное число непересекающихся ребер, ребра, вошедшие в ***ψ3***, проводим внутри гамильтонова цикла, а в ***ψ9*** – вне его



Удалим из Ψg’ ребра, вошедшие в ψ3 и ψ9.

Объединим одинаковые множества, не реализованным остались ребра:

***Ψ1* ={*p1 7, p1 8*} *Ψ5* ={*p2 10*}.**

Проведем их.



Все ребра графа *G* реализованы. Толщина графа *m = 2.*